2. MONOMI

Un **monomio** è un'espressione del tipo n•A, dove

n è un numero e

A è un prodotto di lettere con esponenti naturali.

ESEMPI.

Sono dei monomi: ....

Non sono dei monomi: ....

<u>Osservazione</u>: in un monomio si distinguono due parti, una parte numerica e una parte letterale.

Due **monomi** si dicono **simili** quando hanno la parte letterale uguale, cioè formata dalle stesse lettere, con gli stessi esponenti.

ESERCIZIO: per ognuno dei seguenti monomi, indica almeno tre monomi simili.

$3abc$: ....

$7x^2yz$: ....

$-\frac{5}{3}gj^7p^2$: ....

<u>Osservazione</u>: è utile scrivere la parte letterale in ordine alfabetico, per meglio riconoscere i monomi simili.

Si chiama **grado di un monomio** la somma degli esponenti delle lettere che lo compongono.

ESEMPI: $23a^4c^5$ ha grado ....

$-2p^2qr$ ha grado ....

Somma e sottrazione di monomi.

ESEMPI:

$$3x+5x-2x= \dots\dots\dots\dots$$
$$3a-2b+a-4b= \dots\dots\dots\dots$$
$$m^4+m^3-m^2+m= \dots\dots\dots\dots$$

REGOLA: si possono sommare o sottrarre solo monomi che sono tra loro simili.

Prodotto di monomi.

ESEMPI:

$$2a^2 \bullet 3ab \bullet 5ab^5 = \dots\dots\dots\dots$$
$$4x^3 \bullet \frac{2}{3}xy^2 \bullet xt = \dots\dots\dots\dots$$

REGOLA: per moltiplicare due o più monomi si moltiplicano tra loro i numeri e tra loro le lettere uguali, applicando le regole del calcolo con le potenze.

Divisione di monomi.

ESEMPI:

$$(8x^6y^2):(4x^2y)=\frac{8x^6y^2}{4x^2y}= \dots\dots\dots\dots$$
$$(6m^5y):(2m^2y^3)=\frac{6m^5y}{2m^2y^3}= \dots\dots\dots\dots$$
$$(7a^3b^2):(2ab^2c^3)=\frac{7a^3b^2}{2ab^2c^3}= \dots\dots\dots\dots .$$

REGOLA: per dividere due monomi, si dividono tra loro i numeri e tra loro le lettere uguali, applicando le regole del calcolo con le potenze.

Osservazione: negli ultimi due esempi, il risultato della divisione non è più un monomio.

Potenza di un monomio.

ESEMPI:

$$(5cd^3)^2 = \dots\dots\dots\dots$$
$$(-\frac{3}{4}mn^4)^3 = \dots\dots\dots\dots$$

REGOLA: per elevare un monomio alla potenza n, si elevano tutti i suoi fattori alla potenza n.

ESERCIZI.

1. Indica la parte numerica, la parte letterale e il grado dei seguenti monomi.

$$a)\ \ 5x^3;\ \ b)\ \ \frac{5}{7}a^3bc^2;\ \ c)\ \ 3xy;\ \ d)\ \ 2xyz^4\ ;$$

Esegui le seguenti operazioni tra monomi.

2. $a)\ \ 4y^5m+3y^5m;\ \ b)\ \ 3x^3y-x^3y;\ \ c)\ \ 7m^3z^2-6m^3z^2$

3.
$a)\ \ 5m^2tz^3+2m^2tz^3-m^2tz^3=$
$b)\ \ 4x^5y^2-2x^5y^2+\frac{1}{2}x^5y^2+\frac{2}{5}x^5y^2=$

4.
$a)\ \ 3x^3c^2t+2x^2c^3t-2x^3c^2t+x^2c^3t=$
$b)\ \ 5ym^3-\frac{1}{3}am^3+\frac{3}{7}am^3+ym^3=$

5.
$a)\ \ (2b^5t^3x)\bullet(7b^3t^2)=$
$b)\ \ (x^2z)\bullet(3xt^5)\bullet(\frac{2}{3}x^3t^2)=$

6.
$a)\ \ (10x^7y^5):(7b^3t^2)=$
$b)\ \ (18m^7a^2):(3m^6a^5z^2)=$
$c)\ \ (9x^3t):(5x^4t)=$

7.
$a)\ \ (2x^5y^2z)^5=$
$b)\ \ (\frac{3}{5}ab^3c^7)^3=$

8.
$a)\ \ \dfrac{6a^3b^5c-3a^3b^5c+2a^3b^5c}{(5a^2b)\bullet(2ab^7)}=$
$b)\ \ \dfrac{4x^2y^7-3x^2y^7}{(3xyc)^2}=$

9. Nella mia famiglia lavorano fuori casa 3 persone:
io ho un certo reddito (indicalo con la x); mio fratello guadagna la metà di quello che guadagno io; mia madre, infine, guadagna il doppio di quello che guadagna mio fratello. Qual è il reddito complessivo della nostra famiglia?

9. E' dato un cubo di lato a; il suo volume V e la sua superficie totale S sono dati da:

$$V=a^3 \qquad\qquad S=6a^2$$

a) Calcola il volume V' e la superficie totale S' del cubo di lato doppio;
b) calcola il volume V'' e la superficie totale S'' del cubo di lato triplo.

10. E' dato un parallelepipedo che ha gli spigoli lunghi a, b, c ed il volume V = abc .
a) Calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando uno spigolo.
b) Calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando due spigoli.
c) Calcolare il volume del parallelepipedo che si ottiene raddoppiando i tre spigoli.

Soluzioni:

2. a) $7y^5m$ b) $2x^3y$ c) $1m^3z^2$
3. a) $6m^2tz^3$ b) $\frac{29}{10}x^5y^2$
4. a) $x^3c^2t + 3x^2c^3t$ b) $6ym^3 + \frac{2}{21}am^3$
5. a) $14b^8t^5x$ b) $2x^6t^7z$
6. a) $\frac{10x^7y^5}{7b^3t^2}$ b) $\frac{6m}{a^3z^2}$ c) $\frac{9}{5x}$
7. a) $32x^{25}y^{10}z^5$ b) $\frac{27}{125}a^3b^9c^{21}$
8. a) $\frac{c}{2b^3}$ b) $\frac{y^5}{9c^2}$
9. $\frac{5}{2}x$
10. a) $8a^3$; $24a^2$ b) $27a^3$; $54a^2$
11. a) 2abc b) 4abc c) 8abc

Nome: *Classe:* *Data:*

SERIE 3

1. Calcola senza calcolatrice e nel modo più semplice le seguenti espressioni numeriche:

a) $\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)^3=$

b) $\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)-13\left(\frac{2}{3}-1\right)^2\right]\div\left(\frac{1}{3}-1\right)^2=$

2. Semplifica le seguenti espressioni letterali:

a) $(a+1)\bullet(2-a)\bullet(2a-3)-a^2\bullet(5-2a)=$ $[a-6]$

b) $-2b(2-a)+b(a-2)-b(1-3a)=$ $[6ab-7b]$

c) $(2a^2-4b)\bullet(a-b^2)-(2b-a^2)\bullet(2b^2-2a)=$ $[0]$

d) $[x\bullet(x-2)+2x]\bullet[(2x-2)\bullet x+1]-x^2\bullet(1-2x)=$ $[2x^4]$

e) $17x^3+(x^2-3x)\bullet(-2x)+(-3x^2)\bullet(5x-2)=$ $[12x^2]$

f)* $(x^5-x^2+2x^3):(-x^2)=$ $[-x^3+1-2x]$

g)* $(2a^2b^3-ab^2)^2:(-2ab^2)^2=$ $\left[a^2b^2+\frac{1}{4}-ab\right]$

h)* $a^{2m+n}\bullet\left[a^{3m-n}-(a^{n-m})^2\right]-a^{3n}\bullet(a^{2m}-1)=$ $[a^{5m}-a^{2m+3n}]$

3. Esegui le seguenti operazioni:

a) $\left(-\frac{3}{4}x^2yz\right)^2:\left(-\frac{1}{2}x^3y^2\right)-\left(-\frac{1}{4}x\right)\bullet(4z)^2-\frac{7}{8}xz^2=$ $[2xz^2]$

b) $\left(-\frac{4}{3}ab^2\right)^2\left(\frac{3}{8}ab\right)^2+(-a^2b^3)^2-\frac{5}{4}a^4b^6=$ $[0]$

c)* $\left\{-\frac{5}{8}a^3bc^2:\left[\left(-\frac{2}{5}ab^3c^{-1}\right)\cdot\left(\frac{10}{3}ab^{-2}c^2\right)-\frac{5}{3}a^2bc-\left(-\frac{2}{7}a^4b^3x^2c\right):\left(\frac{1}{14}a^2b^2x^2\right)\right]\right\}^{-2}:(1{,}25ac)^{-2}=$

$[4]$

4. Semplifica le seguenti espressioni letterali utilizzando le regole imparate:

I) $(a-2b)^2-(2a+b)^2+3(a+b)(a-b)=$

II) $(2t-s)^2+(2t+s)^2-2(2t+s)(2t-s)=$

III) $(m-1)^2(m+1)^2-(m^2-m-1)(m^2-m-1)-2m(1+m)(m-1)=$

IV) $(a+1)(a-1)^2-(a-2)^2(a-2)=$

V) $a^2(a^2-ab+b^2)(3a-b)-a^2(3a^3-b^3)+4a^3b(a-b)=$

Nome: *Classe:* *Data:*

5. Percentuali

a) Completa:

$5\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$ $10\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$ $25\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$

$50\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$ $75\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$ $48\% = \frac{\quad}{100} = \underline{\qquad}$

b) Scrivi sotto forma di percentuale:

60/100 45/100 30/100 0,50 0,6 5 ¾

c) Scrivi sotto forma di numero decimale:

2 ¾% 3 ¼% 28% 17 ½% 45,4% 36,25%

6. Risolvi i seguenti problemi:

a) All'acquisto di una nuova automobile, il garagista riprende la mia vecchia auto per 4'500 CHF inoltre mi concede, sulla rimanenza, uno sconto dell'8,5%. Quanto dovrò pagare in contanti se il prezzo di listino del veicolo è di 19'450 CHF? [13'679,25]

b) Rivendo un registratore acquistato a 235 CHF per 250 CHF. Percentualmente quanto ho guadagnato? [6,38%]

c) Per la riattazione di una casa sono stati spesi 391'000 CHF, con un sorpasso del preventivo di 51'000 CHF. Calcola l'aumento percentuale del prezzo per la riattazione. [15%]

d) Un negoziante vende dapprima 1/8 di una partita di merce, poi i 3/10 della stessa e da ultimo i 5/23 del resto. Gli rimangono ancora da vendere 198 kg. Calcola la massa iniziale della partita di merce. [440]

e) Un impiegato, in dicembre, ha ricevuto lo stipendio di 3'360 CHF. Rispetto allo scorso anno ha avuto un aumento del 5%. Qual era il suo stipendio mensile l'anno scorso? Quale sarà il suo mensile nel prossimo dicembre se gli sarà ancora concesso un aumento del 5%?
[3'200;3’528]

f) Da una statistica risulta che su 1240 automobilisti, 868 erano già stati multati almeno una volta. Calcola la percentuale degli automobilisti che non sono mai stati multati. [30%]

Curiosità:

Un numero è primo se è un numero naturale maggiore di uno che ha come fattori soltanto se stesso e uno.
Alle 21 del 30 ottobre 1978 si è trovato il numero primo più grande noto a quella data. Dopo 1800 ore di macchina, Laura Nickel e Curt Nill (studenti della scuola superiore di Hayward, California) trovarono il numero primo $2^{(21701)}-1$. Continuando da solo, pochi mesi dopo Curt Nill scoprì un numero primo ancora maggiore, $2^{(23209)}-1$. Nel maggio del 1979, Harry Nelson, del Livermore Laboratory, scoprì un numero primo quasi due volte più lungo di quello di Nill, e precisamente $2^{(44497)}-1$.

Nome: *Classe:* *Data:*

Per individuare numeri primi attualmente si usano computer opportunamente programmati, ma il matematico greco Eratostene (275-194 a.C.) inventò il metodo del crivello per scoprire i numeri primi più piccoli di un numero dato. Nella figura
, i numeri primi minori di 100 sono evidenziati.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Procedimento:
1. Il numero 1 viene cancellato con una crocetta dato che non è classificato come numero primo.
2. Si cerchia il numero 2, il più piccolo numero primo. Poi si cancellano tutti gli altri numeri pari (cioè i multipli di 2).
3. Si cerchia il 3, il numero primo successivo, e si cancellano tutti i multipli di 3 (alcuni dei quali possono già essere stati cancellati perché sono anche multipli di 2).
4. Si cerchia il numero successivo non cancellato, cioè il 5, e si cancellano tutti i multipli di 5.
5. Il processo continua finché tutti i numeri a 100 sono o evidenziati o cancellati.

3. POLINOMI

Un **polinomio** è una somma algebrica di monomi.

Es.: ....

Se il polinomio è formato da due monomi si chiama **binomio**.

Se il polinomio è formato da tre monomi si chiama **trinomio**.

Il **grado del polinomio** è quello del suo monomio di grado più alto.

Es.: $m^4 + m^2 + 1$ ha grado .....

$ab^2 + a^5b - 3a$ ha grado .....

Nel secondo polinomio si può precisare anche il *grado rispetto alle lettere*:

- il grado rispetto ad a è 5;
- il grado rispetto a b è 2.

Somma di polinomi.

ESEMPI:

$(3x^2 + 2x + 1) + (5x^2 - 3x + 8) =$ ....

$(8a^3 + 4a - 5) + \left(\frac{1}{2}a^3 - 2a^2\right) =$ ....

REGOLA	grazie alla proprietà associativa dell'addizione è possibile tralasciare le parentesi. Si sommano poi tra loro i monomi simili.

Sottrazione di polinomi.

ESEMPI:

$(3a + 5) - (8a^3 + 4a^2 - a) =$ ....

$(7m^3 + m - 2) - (-4m^2 - 2m + 9) =$ ....

REGOLA	quando le parentesi sono precedute dal segno -, si possono eliminare cambiando il segno a tutti i termini che sono racchiusi tra parentesi. Si eseguono poi le addizioni/sottrazioni tra monomi simili.

ESERCIZIO: cerca di semplificare saggiamente: prima togli le parentesi tonde, poi calcola quel che si può; poi togli le quadre ...

$m-\{m-[m-(m+1)]\}=$ ....

$3x+2-[5x+4-(-3x+2)]=$ ....

$\frac{3}{4}a+\frac{3}{4}b-\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{3}b\right)=$ ....

$\frac{2}{3}x-\left[2+\frac{7}{2}x-\left(\frac{4}{5}+2x\right)\right]=$ ....

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio.

ESEMPI:
$3x\bullet(2x-4)=$ ....
$-5x\bullet(8x^2-3x+2)=$ ....

REGOLA	il prodotto di un monomio per un polinomio si ottiene moltiplicando il monomio per ogni termine del polinomio.

Questa regola ti è nota come proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione (sottrazione).

ESERCIZI: calcola.

$3a\bullet(5a^2-3x+9)=$ ....

$5a^2\bullet(ax^2-5ax+x)=$ ....

$(2a^3-3a+5)\bullet(-4a^2)=$ ....

$(m^4-m^3+m^2-1)\bullet(-mt^2)=$ ....

Moltiplicazione di due polinomi.

ESEMPI:
$(2a+3b)\bullet(a-b)=$ ....
$(a^4+2a^3+3a-2)\bullet(b-5a)=$ ....

REGOLA	il prodotto di un polinomio con un polinomio si ottiene moltiplicando ogni termine del primo per tutti i termini del secondo.

ESERCIZI SUI POLINOMI

1. Determina il grado dei seguenti polinomi

a) $-x^2+5x^3+2x-3$ b) $-2xy^5+4x^2y^3-2xy+3t$ c) $5xt^7y^6+4x^2t^3y^5+2$

2. Calcola.

$2(x-1)+3(2x-3)-(4x-5)=$

$2(u-1)-(3u+2)-2(2u-3)=$

$2y-3y[4-2(y-1)]=$

$4a-2a[5-3(a+2)]=$

$(m-n)(m+n)=$

$(4t-3)(4t+3)=$

$(3x+2y)(x-3y)=$

$(2m-6)(2m+6)=$

$(3x+2y)(3x-2y)=$

$(6x-4y)(5x+3y)=$

3. Calcola.

$5(x+h)-4-(5x-4)=$

$6(x+h)+2-(6x+2)=$

$3(x+h)^2+2(x+h)-(3x^2+2x)=$

$4(x+h)^2-5(x+h)-(4x^2-5x)=$

4. Siano

$$A=a^3-3a^2b^2+7ab^3-5b^2, B=3a^4-5a^3b-2a^2b^2+7ab^3 \text{ e } C=-a^4+a^3b+5b^2$$

Calcola a) A + B - C b) A + C - B c) B - A + C

5. Problemi di geometria. (Non dimenticare il disegno.)

a) La larghezza di un rettangolo è di 5 centimetri inferiore della sua lunghezza. Se x rappresenta la lunghezza, scrivi un’espressione algebrica che rappresenti il perimetro del rettangolo. Semplifica l’espressione.

b) La lunghezza di un rettangolo é 8 metri in più della sua larghezza. Se x rappresenta la larghezza del rettangolo, scrivi un’espressione algebrica che rappresenti l’area del rettangolo. Semplifica l’espressione.

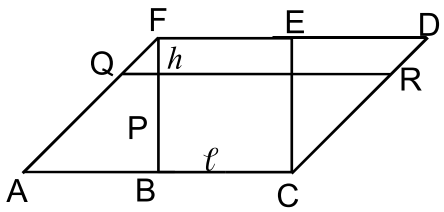
c) Un tubo cilindrico cavo é lungo 100 cm, spesso 1 cm e ha un raggio interno di x cm. Scrivi un'espressione algebrica che permetta di calcolare il volume della plastica usata per costruire il tubo. (Il volume di un cilindro di raggio r é dato da $V = \pi r^2 h$).

d) Un contenitore per spedire dei computer viene costruito rivestendo un cubo di metallo con del polistirolo. Se il cubo di metallo ha lo spigolo di x centimetri e lo spessore del polistirolo é di 2 cm, scrivi un'espressione algebrica che rappresenti il volume di polistirolo utilizzato. (Il volume del cubo di spigolo s é dato da $V = s^3$)

e) E' dato un rettangolo ABCD con il lato AB lungo *m* e il lato BC lungo *n* ; sul lato DC considera un punto P che ha distanza *h* da D. Risolvere i seguenti quesiti:

- determinare l'area *S* del trapezio ABCP;
- determinare l'area *S* nel caso in cui ABCD sia un quadrato;
- determinare l'area *S* nel caso in cui ABCD sia un quadrato con il lato lungo 10 e P divida a metà il lato DC.

f) Sia ACDF un parallelogramma costruito accostando ad un quadrato BCEF, di lato ℓ, i due triangoli rettangoli rispettivamente e isosceli. Sul lato FB si fissa un punto P che ha una distanza *h* da F. Da P si traccia la parallela QR ad AC .
Trova l'espressione letterale più semplice per indicare l'area del parallelogramma ACRQ .



6. Esprimi sotto forma simbolica la somma tra il doppio della mia altezza aumentata di 5 cm e il doppio della mia altezza, aumentato di 5 cm (indica con una lettera la mia altezza e fa attenzione alle virgole e agli aggettivi maschili o femminili: dovrai usare delle parentesi!).

7. Un chilo di mele ha un certo prezzo x Fr. Sapendo che un chilo di uva costa il doppio di quanto costano le mele più 0.50 Fr, trova il costo di 3 Kg d'uva in funzione di x.

Soluzioni:

2.	$4x-6$			$16t^2-9$
	$-5u+2$			$3x^2-7xy-6y^2$
	$6y^2-16y$			$4m^2-36$
	$6a^2+6a$			$9x^2-4y^2$
	m^2-n^2			$30x^2-2xy-12y^2$

3. $5h$ $6h$ $6xh+3h^2+2h$ $8xh+4h^2-5h$

4. a) $a^3-5a^2b^2+14ab^3-10b^2+4a^4-6a^3b$
b) $a^3- a^2b^2- 4a^4+ 6a^3b$
c) $2a^4-4a^3b+a^2b^2- a^3+10b^2$

5. a) $4x-10$ d) $(x+4)^3-x^3$
b) x^2+8x e) $(2m-h).n/2$ 75

7. $6x+1,50$

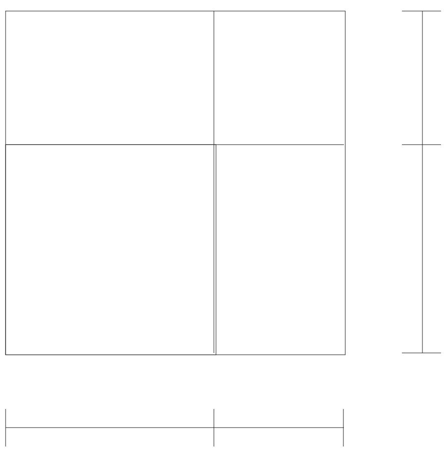
4. PRODOTTI NOTEVOLI

4.1 Il quadrato di una somma

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Verifica: $(a+b)^2 =$ ....

Interpretazione geometrica:



$(a+b)^2$ rappresenta l'area di un quadrato di lato $a+b$.
L'area di questo quadrato può essere scritta anche come area delle 4 figure che lo compongono:

$a^2 + 2ab + b^2$

Da cui segue:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ESEMPI:

$(x+1)^2 =$

$(a+5)^2 =$

$(x+y)^2 =$

$(x^3+1)^2 =$

$(2a+3)^2 =$

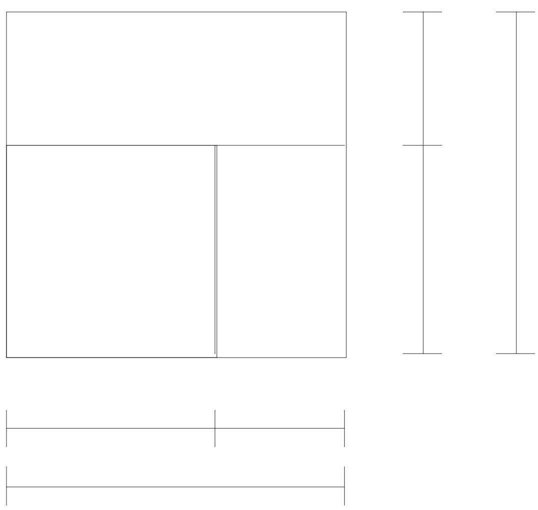
$(5+b)^2 =$

4.2 Il quadrato di una differenza

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Verifica: $(a-b)^2 =$ ....

Interpretazione geometrica:



$(a-b)^2$ rappresenta l'area di un quadrato di lato $a-b$.
L'area di questo quadrato può essere scritta anche come l'area del quadrato di lato a meno l'area dei due rettangoli:

$a^2 - ab - b \cdot (a-b) =$

$a^2 - ab - ab + b^2 =$

$a^2 - 2ab + b^2$

Da cui segue:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ESEMPI:

$(x-1)^2 =$ $\qquad$ $(b-12)^2 =$

$(x-5)^2 =$ $\qquad$ $(2a-16)^2 =$

$(3-2c)^2 =$ $\qquad$ $(25-x^3)^2 =$

4.3 La moltiplicazione di un'addizione per una differenza

$$(a+b)\bullet(a-b) = a^2 - b^2$$

Verifica: $(a+b)\bullet(a-b) =$ ....

ESEMPI:

$(a+3)\bullet(a-3) =$ $\qquad$ $(z-2)\bullet(z+2) =$

$(x+2y)\bullet(x-2y) =$ $\qquad$ $(m^3-4)\bullet(m^3+4) =$

$(m+5)\bullet(m-5) =$ $\qquad$ $(15+x)\bullet(x-15) =$

4.4 (a + b)^n, dove n rappresenta un numero naturale.

$(a+b)^0 =$	1	1
$(a+b)^1 =$	$a+b$	1 1
$(a+b)^2 =$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3 =$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 ... ...
$(a+b)^4 =$	$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	... ...
$(a+b)^5 =$	....	... ...
$(a+b)^6 =$	....	... ...

Per sviluppare il prodotto (a + b)^n , notiamo una regolarità

nel progredire dei coefficienti dei termini letterali;

negli esponenti di a e di b nei monomi che compongono lo sviluppo.

Il triangolo a destra prende il nome di triangolo di Pascal (1623-1662) per i francesi, in Italia è noto soprattutto come triangolo di Tartaglia (1500-1557), ma sembra che fosse già conosciuto dai cinesi nel XIII secolo.

Con il metodo visto sopra, prova a sviluppare le seguenti potenze:

(i) $(a-b)^2$ $\quad (a-b)^3$ $\quad (a-b)^4$ $\quad (a-b)^5$

(ii) $(x+1)^2$ $\quad (x+1)^3$ $\quad (x+1)^4$ $\quad (x+1)^5$

(iii) $(x-1)^2$ $\quad (x-1)^3$ $\quad (x-1)^4$ $\quad (x-1)^5$

ESERCIZI SUI PRODOTTI NOTEVOLI

1. Calcola i seguenti prodotti notevoli.

a) $(x+1)^2$
b) $(b-4)^2$
c) $(a+3)^2$
d) $(m+y)^2$
e) $(z-15)^2$
f) $(c+13)^2$

2. Calcola.

a) $(4m+5)^2$
b) $(5z-2)^2$
c) $(3a+c)^2$
d) $(10x-7)^2$
e) $(9y+1)^2$
f) $(6x-9y)^2$

3. Calcola.

a) $(\frac{x}{3}+\frac{1}{2})^2$
b) $(\frac{4}{3}-\frac{x}{5})^2$
c) $(\frac{7}{5}x-\frac{5}{14})^2$
d) $(\sqrt{24}-\sqrt{6})^2$
e) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$
f) $(m\sqrt{12}+\sqrt{3})^2$

4. Esempi:

$43^2=(40+3)^2=40^2+2\bullet 40\bullet 3+3^2=1849$

oppure

$43^2=(50-7)^2=50^2-2\bullet 50\bullet 7+7^2=1849$

Calcola con uno dei due metodi visti nell'esempio :

53^2; 81^2; 49^2; 38^2; 87^2; 702^2

5. Calcola i seguenti prodotti.

a) $(x+1)(x-1)$
b) $(c+2)(c-2)$
c) $(4x+9y)(4x-9y)$
d) $(3m-5n)(3m+5n)$
e) $(2b+3a)(3a-2b)$
f) $(4z-5t)(5t+4z)$

6. Calcola.

a) $(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})$
b) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
c) $(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$
d) $(\frac{m}{3}-\frac{1}{4})(\frac{m}{3}-\frac{1}{4})$
e) $(6x+1,2)(6x-1,2)$
f) $(1,5-1,3y)(1,3y+1,5)$

7. Esempio: $53\bullet 47=(50+3)(50-3)=50^2-3^2=2491$

Prova a calcolare come nell'esempio (senza calcolatrice!).

$62\bullet 58$; $76\bullet 84$; $37\bullet 43$; $94\bullet 86$; $69\bullet 71$; $76\bullet 64$;

5. SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN UN PRODOTTO

Finora abbiamo visto che per semplificare un'espressione algebrica, cioè per scriverla nel modo più semplice possibile, si può calcolare (sommare, moltiplicare, dividere, calcolare le potenze). Un'altro procedimento molto utile è la scomposizione di un polinomio in un prodotto. Per scomporre un polinomio si possono utilizzare diversi metodi: vediamone alcuni.

5.1 La messa in evidenza.

Esempi:

$$ab^2 + 3ac + 2a^3b =$$

$$8m^2n - 4m^2p =$$

$$3a + 6 =$$

$$2x^2 + 4x + 8 =$$

$$5x^4 + 5x^3 =$$

Quando è possibile, si mettono in evidenza tutti i fattori comuni (numeri e lettere) tra i termini che compongono il polinomio. In questo modo si scrive il polinomio come un prodotto.

5.2 La messa in evidenza parziale.

Esempi:

$$ab + 3b + 2a + 6 =$$

$$3xy + 4x + 6y + 8 =$$

$$ax - 5x + 2ay - 10y =$$

$$m^2 - m + am - a =$$

$$ax + bx - a - b =$$

$$ab + ax - mb - mx =$$

$$a^2 - a^3 + 2 - 2a =$$

Prova a fare gli esercizi 1 e 2.

5.3 Riconoscere dei prodotti notevoli.

Ricordati che:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Esempi:

$$x^2+2xz+z^2=$$
$$m^2-2my+y^2=$$
$$4a^2+4ax+x^2=$$
$$b^2-6bc-9c^2=$$
$$25r^2-70rs+49s^2=$$
$$81t^2+18t+1=$$
$$121y^2-132y+36=$$
$$z^2-z+\frac{1}{4}=$$
$$u^2-v^2=$$
$$m^2-1=$$
$$25-t^2=$$
$$1-4x^2=$$
$$y^2-9=$$
$$36e^2-f^2=$$
$$36k^2+t^2=$$
$$81m^2-100=$$
$$144x^2-169y^2=$$
$$x^2-2=$$
$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=$$
$$\frac{16}{25}a^2-\frac{25}{49}b^2=$$

5.4 Il trinomio tipico

Si chiama trinomio tipico il risultato della moltiplicazione tra due binomi (x+a) e (x+b), dove a e b sono numeri.

$$(x+a)(x+b)=x^2+ax+bx+ab=x^2+(a+b)x+ab$$

Proviamo a scomporre il trinomio tipico $x^2+10x+24$ in un prodotto.

$$x^2+10x+24=(x+a)\bullet(x+b)$$

Dobbiamo determinare due numeri a e b in modo che $\begin{matrix} a\bullet b=24 \\ a+b=10 \end{matrix}$

Iniziamo a cercare tra i divisori di 24 due numeri che moltiplicati tra loro diano 24.

$$24 \bullet 1 =$$
$$12 \bullet 2 =$$
$$8 \bullet 3 =$$
$$6 \bullet 4 =$$

Questi due numeri devono soddisfare un'altra condizione: la loro somma deve essere 10. I due numeri non possono essere che 6 e 4, infatti: $\begin{matrix} 6 \bullet 4 = 24 \\ 6 + 4 = 10 \end{matrix}$.

Allora: $x^2 + 10x + 24 = (x+6) \bullet (x+4)$

Verifica: $(x+6) \bullet (x+4) = x^2 + 6x + 4x + 24 = x^2 + 10x + 24$.

Esempi:

$$x^2 + 3x + 2 =$$
$$x^2 + 5x + 6 =$$
$$x^2 + 7x + 6 =$$
$$x^2 + 7x + 12 =$$
$$x^2 + 8x + 12 =$$
$$x^2 + 13x + 12 =$$
$$x^2 + 10x + 24 =$$
$$x^2 + 11x + 24 =$$
$$x^2 + 14x + 24 =$$

I due numeri cercati possono essere anche entrambi negativi.

Esempi:

$$x^2 - 6x + 5 =$$
$$x^2 - 7x + 10 =$$
$$x^2 - 11x + 10 =$$
$$x^2 - 9x + 18 =$$
$$x^2 - 19x + 18 =$$
$$x^2 - 11x + 18 =$$
$$x^2 - 10x + 16 =$$
$$x^2 - 17x + 16 =$$
$$x^2 - 8x + 16 =$$

I due numeri possono anche essere uno positivo e l'altro negativo.

Esempi:

$x^2 + x - 2 =$

$x^2 - 2x - 3 =$

$x^2 + 3x - 4 =$

$x^2 - 5x - 6 =$

$x^2 + x - 6 =$

$x^2 + 5x - 6 =$

$x^2 - 2x - 24 =$

$x^2 + 10x - 24 =$

$x^2 - 5x - 24 =$

ESERCIZI SUL CAPITOLO 5: SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN UN PRODOTTO.

1. Scomponi i seguenti polinomi in prodotti, sfruttando la messa in evidenza.(Ricopia i polinomi su un altro foglio.)

$5x^6 - 3x^4 + x^3$

$3y^4 - 2y^3 - y^2$

$2t^5 + 9t^4 - t$

$2t^3 - 4t^2 + 6t$

$6 + 27x + 12x^2$

$2xy + 3x^2y + 5xy^2$

$6x^3y^2z - 2x^4y^3z^2 + 4xy^5z$

$2ab^2c - 6a^2b^2c^2 + 2a^3b$

$8x^3y^2t + 4x^2y - 16x^4y^3$

$5x^3y^4 + 10x^5y^2 - 15x^6y^2$

2. Calcola i seguenti prodotti notevoli.

$(a+5)^2$	$(2x+2)(2x-2)$	$(12-3y)^2$
$(x+12)^2$	$(b-13)^2$	$(3a-2b)(3a+2b)$
$(x+4)(x-4)$	$(c+15)^2$	$(x^2-y^2)^2$

3. Scomponi i seguenti polinomi in prodotti notevoli.

$x^2 - 36$	$x^2 + 8x + 16$	$9x^2 - 49$
$x^2 - 10x + 25$	$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$	$x^2 - \frac{9}{4}$
$4 - x^2$	$x^2 + 20x + 100$	$9x^2 + 6x + 1$
$4x^2 - x + \frac{1}{16}$	$\frac{9}{4} + 3y + y^2$	$y^2 - 2y + 1$

4. Scomponi in prodotti i seguenti trinomi tipici.

$x^2+3x-18$	$x^2+2x-48$	$x^2-10x+21$
$x^2+7x-18$	$x^2-8x-48$	$x^2-10x-24$
$x^2-17x-18$	$x^2-13x-48$	$x^2-10x-144$

5. Combinando le tecniche viste e un po' d'ingegno, prova a scomporre anche i seguenti polinomi.

$6x^2+4x+72$	$4z^2-28z+48$	$2y^3-22y^2+48y$
$16x^2y-8xy+y$	$4xy^2-12xy+9x$	$6s^2+36st+54t^2$
x^3y-9xy^3	$4u^3v-uv^3$	$3m^3-6m^3+15m$

6. Determina il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo tra i seguenti gruppi di monomi e polinomi.

a)	abc;	$2a^2b^4$;	$6a^5c^3$;
b)	$12xy^3$;	$18yz^7$;	$4xyz^3$;
c)	$16d^5km$;	$42d^5k^4$;	$28d^5k^2m^6p^3$;
d)	$3a+3$;	$5a+5$;	$7a+7$;
e)	x^2-25;	$2x+10$;	$3x^2+30x+75$;
f)	$3x+12$;	$7x+28$;	$42x+168$;
g)	$5x+10$;	$5x+15$;	$12x+24$;
h)	$4a^2-9$;	$16a+24$;	$30a-45$;
i)	$16a^2+56a+49$;	$8a+14$;	$28+16a$;
l)	$21a-63$;	$2a^2-18$;	$2a^2-12a+18$;

Soluzioni:

4.	$(x-3)(x+6)$	$(x-6)(x+8)$	$(x-7)(x-3)$
	$(x-2)(x+9)$	$(x-12)(x+4)$	$(x-12)(x+2)$
	$(x-18)(x+1)$	$(x-16)(x+3)$	$(x-18)(x+8)$
5.	$2(3x^2+2x+36)$	$4(z-4)(z-3)$	$2y(y-8)(y-3)$
	$y(4x-1)^2$	$x(2y-3)^2$	$6(s+3t)^2$
	$xy(x-3y)(x+3y)$	$uv(2u-v)(2u+v)$	$-3m(m^2-5)$

6.	MCD	mcm
	a	$6a^5b^4c^3$
	$2y$	$36xy^3z^7$
	$2d^5k$	$336d^5k^4m^6p^3$
	$a+1$	$105(a+1)$
	$x+5$	$6(x+5)^2(x-5)$
	$x+4$	$42(x+4)$
	1	$60(x+2)(x+3)$
	1	$120(2a+3)(2a-3)$
	$4a+7$	$4(4a+7)^2$
	$a-3$	$42(a-3)^2(a+3)$

6. FRAZIONI ALGEBRICHE

6.1 Analogie con Q

Addizione

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{5}=\frac{10+6}{15}=\frac{16}{15}$$

$$\frac{5}{4}+\frac{11}{4}=\frac{5+11}{4}=\frac{16}{4}=4$$

$$\frac{5}{42}+\frac{7}{36}=\frac{30+49}{252}=\frac{79}{252}$$

Per determinare il denominatore comune si calcola il mcm tra i denominatori, ad es. con il metodo della scomposizione in fattori primi.

$42=2\bullet 3\bullet 7$

$36=2^2\bullet 3^2$

$\text{mcm}(42;36)=2^2\bullet 3^2\bullet 7=252$

$$\frac{5a}{b}+\frac{3x}{2}=\frac{10a+3bx}{2b}$$

$$\frac{5a}{xy}+\frac{8a}{xy}=\frac{5a+8a}{xy}=\frac{13a}{xy}$$

$$\frac{3b}{x}+\frac{4c+b}{y}=\frac{3by+x(4c+b)}{xy}=$$

$$=\frac{3by+4cx+bx}{xy}$$

$$\frac{3x}{ab}+\frac{4x}{a^2bc}+\frac{5x}{a^3b^2}=$$

$$=\frac{3a^2bcx+4abx+5cx}{a^3b^2c}$$

$\text{mcm}(ab;a^2bc;a^3b^2)=a^3b^2c$

$$\frac{2x}{5y^2}+\frac{3y}{x}+\frac{8y}{x^2}=$$

$$=\frac{2x^3+15xy^3+40y^3}{5x^2y^2}$$

Sottrazione (attenzione ai segni!)

$$\frac{5x}{y}-\frac{2-x}{x}=\frac{5x^2-y(2-x)}{xy}=\frac{5x^2-2y+xy}{xy}$$

$$y-\frac{5x-2y}{x}=\frac{xy-(5x-2y)}{x}=\frac{xy-5x+2y}{x}$$

Moltiplicazione

$$\frac{3}{4}\bullet\frac{5}{7}=\frac{3\bullet 5}{4\bullet 7}=\frac{15}{28}$$

$$\frac{15}{8}\bullet\frac{14}{25}=\_\_\_$$

$$\frac{ab}{cd}\bullet\frac{a^2b}{c^4d^2}=\frac{a^3b^2}{c^5d^3}$$

$$\frac{x^2y^3}{m^4n^5}\bullet\frac{m^3n^4p^2}{xy^2z}=\_\_\_$$

Divisione

$$\frac{4}{5}\div\frac{32}{15}=\frac{4}{5}\bullet\frac{15}{32}=\_\_\_$$

$$\frac{ab^2}{5c}\div\frac{ab^3}{c^2}=\frac{ab^2}{5c}\bullet\frac{c^2}{ab^3}=\_\_\_$$

$$\frac{x^4y}{mn}\div\frac{x^3y^2}{m^3n^2}=\frac{x^4y}{mn}\bullet\frac{m^3n^2}{x^3y^2}=\_\_\_$$

6.2 Semplificazione di frazioni algebriche

Una frazione algebrica è un'espressione del tipo A(x)/B(x), dove A(x) e B(x) sono dei polinomi e B (x) non è nullo.
Le operazioni con le frazioni algebriche sono analoghe a quelle con le frazioni numeriche. È utile anche con le frazioni algebriche lavorare con delle frazioni ridotte ai minimi termini. Iniziamo quindi a vedere come è possibile semplificare una frazione algebrica.
Per poter semplificare una frazione algebrica occorre scomporre sia il numeratore che il denominatore (se possibile!) in prodotti, utilizzando le tecniche di scomposizione viste finora:

la messa in evidenza;
riconoscere dei prodotti notevoli;
la scomposizione in un trinomio tipico.

Esempio 1: con la messa in evidenza. (Usa la riga per tracciare la linea di frazione!)

$$\frac{x^2+2x}{x+2}=\frac{x(x+2)}{x+2}=x$$

$$\frac{5a^2b+ab^2}{5a^2+ab}=$$

$$\frac{cd+2c+4c^2d}{cd}=$$

Esempio 2: riconoscendo i prodotti notevoli.

$$\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}=\frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)^2}=\frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{a^2+4a+4}{a^2-4}=$$

$$\frac{2x^2-20x+50}{x^2-25}=$$

Esempio 3: scomponendo il trinomio tipico.

$$\frac{a^2+5a+6}{a^2+7a+10}=$$

$$\frac{x^2+7x+12}{x^2+x-12}=$$

$$\frac{x^2+10x+24}{x^2-5x-36}=$$

Osservazioni:

a(b+2) è considerata più semplice dell'espressione ab+2a;
1+b/a è considerata più semplice dell'espressione (a+b)/a

6.3 Addizione di frazioni algebriche.

Per addizionare o sottrarre delle frazioni algebriche, *occorre ricondurle ad uno stesso denominatore*, poi addizionare o sottrarre i numeratori, analogamente al procedimento utilizzato per le frazioni numeriche.
Se possibile, il risultato va poi semplificato.

Esempi. (Usa la riga per tracciare le linee di frazione!)

$$\frac{a}{2b}+\frac{a+3}{2b}=$$
$$\frac{x+5}{xy}+\frac{x-2}{xz}=$$
$$\frac{3}{a+3}+\frac{a}{a+3}=$$
$$\frac{2}{x^2+8x+16}-\frac{3}{x^2-16}=$$

6.4 Moltiplicazione di frazioni algebriche.

La regola per la moltiplicazione è analoga a quella per le frazioni numeriche. Prima di moltiplicare tra di loro i numeratori e tra loro i denominatori è però utile scomporre sia i numeratori che i denominatori in prodotti e semplificare.
Esempi.

$$\frac{x+5}{x+3}\bullet\frac{x-3}{x+5}=$$
$$\frac{x+5}{x+3}\bullet\frac{6x+18}{4x+20}=$$
$$\frac{x^2-4}{x^2+4x-5}\bullet\frac{x^2+7x+10}{x^2+4x+4}=$$
$$\frac{x+5}{m^3}\bullet\frac{xm^4}{2x+10}\bullet\frac{2}{3x^2}=$$

6.5 La divisione di frazioni algebriche.

La regola è analoga a quella per la divisione tra frazioni numeriche. Vediamo alcuni esempi.

$$\frac{x^2-4x+4}{x^2-5x+6}\div\frac{x^2-x-2}{x^2+3x+2}=$$
$$\frac{-2x^2+8x}{3x-3}\div\frac{x^2-16}{x^2+3x-4}=$$
$$\frac{24x^2z^2m^3}{7a^3b^4}\div\frac{-6xm^4}{35a^2b^3}=$$
$$\frac{1}{3a-3b}\div\frac{2a}{5b-5a}=$$

6.6 Esercizi.

Ricopia ogni espressione su di un foglio; usa la riga per tracciare le linee di frazione.

1. Semplifica.

a) $\frac{a^3+4a}{2a^2b+8b}$ $\qquad \frac{ac+2a}{c^2+5c+6}$ $\qquad \frac{a^2-b^2}{ab-b^2}$

b) $\frac{12x+72}{12x+96}$ $\qquad \frac{x^2+7x+10}{2x+10}$ $\qquad \frac{x^2-4}{5x+10}$

c) $\frac{a^2+14a+33}{2a^3+26a^2+44a}$ $\qquad \frac{a^2+2a-15}{a^2+3a-10}$ $\qquad \frac{y^2+y-20}{yz^2-4z^2}$

2. Calcola e semplifica il risultato.

a) $\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x-5}=$; $\qquad 1-\frac{1}{x+1}=$

b) $\frac{a+5}{a}+\frac{a+2}{b}-\frac{a^2+5b}{ab}=$; $\qquad \frac{y}{x}+\frac{x}{y}-\frac{x^2+y^2}{xy}=$

c) $1+\frac{1}{a}+\frac{2}{a-1}=$; $\qquad \frac{1}{a+1}-\frac{a}{a^2-1}=$

d) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}=$; $\qquad \frac{1}{x^2+5x+6}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}=$

e) $\frac{1}{2p+4}+\frac{3}{p^2+4p+4}-\frac{p}{p^2-4}=$; $\qquad \frac{5}{m^2-3m-40}-\frac{8}{m^2-64}=$

f) $\frac{3}{x^2-9}-\frac{2}{x^2+6x+9}=$; $\qquad \frac{y}{y-z}-\frac{2y}{y+z}+\frac{3yz}{z^2-y^2}=$

g) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(c-b)}-\frac{1}{(a-c)(b-c)}=$

3. Calcola. (Ricorda: nelle moltiplicazioni è utile semplificare prima di moltiplicare.)

a) $\frac{5t+10}{t^3}\bullet\frac{t^4}{t+2}=$; $\qquad \frac{2x-y}{x^2-y^2}\bullet\frac{x+y}{4x^2-y^2}=$

b) $\frac{3x+6}{5x+5}\bullet\frac{10x+10}{x^2-6x-16}=$; $\qquad \frac{c+2}{c^2+8c-9}\bullet\frac{2c+18}{2c^2-8}=$

c) $\frac{a+b}{a^2+2ab+b^2}\bullet\frac{a^2-b^2}{a-b}=$; $\qquad \frac{3a+15}{a+2}\bullet\frac{a^2-4}{9a-18}=$

d) $\frac{x^2+6x+9}{5x^2-45}\div\frac{x^2+5x+6}{11x+22}=$; $\qquad \frac{x^2}{12}\div\frac{4x^3-25x}{6x-15}=$

e) $\left[\frac{x-1}{x^2-4}\bullet\frac{2x+4}{x^2-1}\right]\div\frac{2x+2}{x^2-4x+4}=$; $\qquad \left[\frac{t-3}{t^2-2t-3}\bullet\frac{t^2-2t+1}{t^2-2t-3}\right]\div\frac{t^2-9}{t^2-1}=$

f) $\left[\frac{b-1}{21-4a-a^2}\bullet\frac{b-2}{b-b^3}\right]\div\frac{2-b}{a^2+6a-7}=$; $\qquad \left[\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^2\bullet\frac{2}{x-1}\right]\div\frac{x^2+2x+1}{x^3}=$

4. Semplifica le seguenti espressioni algebriche.

a) $\left\{\left[(3x-1)^2-4x^2\right](x-1)+10x^2-x\left(x^2+3\right)\right\}\div(4x-1)=$

b) $\left(\dfrac{2x^2-4x}{x^2-4}\bullet\dfrac{x^2-x-6}{3x+1}-\dfrac{x(x-1)}{3x+1}\right)\div\dfrac{x-5}{x}=$

c) $\left[\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{x^2-3}{x^2+x}\right)\div\dfrac{x^2-4}{x}+\dfrac{1}{x^2+2x}\right]\bullet\left(x^3+2x^2+x+2\right)=$

Soluzioni:

Esercizio 1:

a) $\dfrac{a}{2b}$ $\quad\dfrac{a}{c+3}$ $\quad\dfrac{a+b}{b}$

b) $\dfrac{x+6}{x+8}$ $\quad\dfrac{x+2}{2}$ $\quad\dfrac{x-2}{5}$

c) $\dfrac{a+3}{2a(a+2)}$ $\quad\dfrac{a-3}{a-2}$ $\quad\dfrac{y+5}{z^2}$

Esercizio2:

a) $\dfrac{3x-8}{(x+2)(x-5)}$ $\quad\dfrac{x}{x+1}$

b) $\dfrac{b+2}{b}$ $\quad 0$

c) $\dfrac{a^2+2a-1}{a(a-1)}$ $\quad\dfrac{-1}{(a+1)(a-1)}$

d) $\dfrac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}$ $\quad 0$

e) $\dfrac{-p^2+2p-16}{2(p+2)^2(p-2)}$ $\quad\dfrac{-3m}{(m-8)(m+8)(m+5)}$

f) $\dfrac{x+15}{(x-3)(x+3)^2}$ $\quad\dfrac{-y^2}{(y-z)(y+z)}$

g) $\dfrac{2}{(a-b)(a-c)}$

Esercizio 3:

a) $5t$ $\quad\dfrac{1}{(x-y)(2x+y)}$

b) $\dfrac{6}{x-8}$ $\quad\dfrac{1}{(c-1)(c-2)}$

c) 1 $\quad\dfrac{a+5}{3}$

d) $\dfrac{11}{5(x-3)}$ $\quad\dfrac{x}{4(2x+5)}$

e) $\dfrac{x-2}{(x+1)^2}$ $\quad\dfrac{(t-1)^3}{(t+1)(t-3)^2(t+3)}$

f) $\dfrac{-(a-1)}{b(a-3)(b+1)}$ $\quad\dfrac{2(x-1)}{x}$

Esercizio 4:

a) x^2+1 $\qquad$ b) $\dfrac{x^2}{3x+1}$ $\qquad$ c) $\dfrac{(x+1)(x^2+1)}{x}$

SERIE 5

1. Semplifica:

$a)\quad -\frac{3}{4}a^5 \div \left[\frac{1}{2}(-2a)a^2\right] + \left(-\frac{1}{2}a^3\right)^3 \div \left[\frac{2}{3}a(-a^3)^2\right] - \left(-\frac{3}{4}a\right)^2 =$ $[0$

$b)\quad [a^2(b+c)(b+c-a^2) + b(a^2+c)(a^2+c-b) + c(a^2+b)(a^2+b-c)] \bullet x =$ $[6a^2bcx$

$c)\quad 3(a-b)^2(a+b) + 3(a+b)^2(b-a) - 6b(a+b)(b-a) =$ $[0$

2. Scomponi in fattori i seguenti polinomi, raccogliendo i fattori comuni.
   a) $15d^2 + 3d =$
   b) $6x^3 - 12x^2y + 24x^4 =$
   c) $x^{10} - x^8 + 4x^6 =$

3. Scomponi utilizzando le regole dei prodotti notevoli:
   a) $4x^2 - 12x + 9 =$
   b) $1 - 64a^4 =$
   c) $a^2 - 3a + \frac{9}{4} =$
   d) $\frac{1}{9}a^2 - 16 =$

4. Scomponi utilizzando la regola del trinomio $x^2+(a+b)x+ab$
   a) $a^2 + 3a + 2 =$
   b) $a^2 + 5a + 4 =$
   c) $a^2 + 5a + 6 =$
   d) $a^2 - a - 2 =$
   e) $x^2 + 3x - 18 =$
   f) $x^2 + 8x - 20 =$
   g) $-3 + a^2 - 2a =$
   h) $x^2 - 9xy - 36y^2 =$

5. Scomponi in fattori i seguenti polinomi, scegliendo opportunamente il metodo:
   a) $x^4 - 1 =$
   b) $4x^2 - 12x + 9 =$
   c) $36 - 60m + 25m^2 =$
   d) $-m^2 + 10m - 25 =$
   e) $x^2 - 5x - 50 =$
   f) $y^2 - 8y - 33 =$
   g) $16m^2 - 1 =$
   h) $9 - y^6 =$
   i) $-3a^2 + 3b^2 =$
   l) $49a^4b^2 - 36a^2 =$
   m) $9a^2 - 6a + 1 =$
   n) $49p^2 - 70pq + 25q^2 =$
   o) $-16a^2 + 8ab - b^2 =$
   p) $x^2 + 5x - 14 =$
   q) $6x^4 - 6x^3 - 72x^2 =$
   r) $-3x^2y + 12xy - 12y =$
   s) (*) $3xb^2 - b^2 + 3x - 1 =$
   t) (*) $a^2 - a^3 + 2 - 2a =$
   u) (*) $x^4 - 2x^2 - 3 =$
   v) (*) $a^2m + a^2n - bm - bn =$
   z) (*) $4x^2y^2 - 12xy^3 + 8y^4 =$

6. Determina il M.C.D. ed il m.c.m. dei seguenti gruppi di monomi e polinomi

$i)$ $6x^3yz$, $12xy^2z$, $10x^3yz^2$;

$ii)$ $14a^2b^3$, $-49abc^2$, $28ab^2c$;

$iii)$ $4rst^2$, $24r^2s^2t$, t^2;

$iv)$ $8x^3$, $2y^3$;

v) (*) $2x-2y$, x^2-y^2, $x^2-2xy+y^2$;

vi) (*) $8-2a^2$, $2+a$, $2-a$.

7. Ancora qualche scomposizione:

a) $ax^2-a^3=$

b) $2x^2-14x+24=$

c) $3xy^2+9xy-30x=$

d) $x^5-x=$

e) $-k^2-k+20=$

f) $120xy-80x^2-45y^2=$

g) $5xy^2-15y^3=$

h) $5abc-12b^2c+15abc^2=$

i) $4b^2-25x^2=$

l) $x^2+\frac{4}{5}x+\frac{4}{25}=$

m) $x^3+x^2-x-1=$

n) $x^2-2x-15=$

8. Scomponi e semplifica le seguenti frazioni algebriche:

a) $\frac{m^2-4}{m^2+4m-12}=$

b) $\frac{x^2-x-12}{x^2+4x+3}=$

c) $\frac{x^2-9}{x^2+2x-3}=$

d) $\frac{a^2+a-6}{a^2-a-2}=$

e) $\frac{(x+y)^2(x-y)^2}{(x^2-y^2)(x^2-y^2)}=$

f) $\frac{(m^2-4)^2}{(m-2)(m+2)^2}=$

9. Esegui le seguenti moltiplicazioni fra frazioni algebriche:

a) $\frac{5a^4b^2c^3}{2x^6y^2z}\bullet\frac{4x^4yz}{10a^4c^3}=$

b) $\frac{2x-2}{x^2-6x+5}\bullet\frac{(x-5)^2}{4x}\bullet\left(-\frac{2x^2y}{5-x}\right)=$

c) $-\frac{8a^4x^2}{ay^4}\bullet\left(-\frac{2a}{x^3}\right)\bullet\left(-\frac{y^2}{8}\right)=$

d) $\frac{a^2-b^2}{2a}\bullet\frac{4}{3a+3b}=$

e) $\frac{2}{3}\bullet\left(-\frac{4a^2b}{3a^6}\right)\bullet\frac{9a}{b}=$

f) $\frac{1-a^2}{a^2-4a+4}\bullet\frac{a-2}{1-a}\bullet\left(-\frac{2-a}{a^2-3a+2}\right)=$

10. Esegui le seguenti divisioni tra frazioni algebriche:

a) $\frac{16a^4x^3y^2}{b^4c^2}:\frac{8a^4y^2}{3b^2c}=$

b) $-\frac{7a^5b^2}{x^4y^3}:\left(-\frac{7a^5b}{xy^3}\right)=$

c) $\frac{ax+ay}{3b+3c}:\frac{x^2+2xy+y^2}{6ab+6ac}=$

d) $\frac{a^2+4a+4}{a^2-4a+4}:\left(-\frac{a^2+a-2}{a^2-3a+2}\right)=$

11. Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni fra frazioni algebriche:

a) $\frac{1}{2a+b}-\frac{1}{2a-b}-\frac{2b}{b^2-4a^2}=$

b) $\frac{1}{a^3-a^2b}+\frac{1}{b^2(b-a)}+\frac{a^2-b^2}{a^3b^2-a^2b^3}=$

c) $\frac{4(1+4x^2)}{(1-4x^2)^2}-\frac{1+2x}{1-4x+4x^2}-\frac{1-2x}{1+4x+4x^2}=$

d) $\frac{6a}{9a^2-1}-\frac{1}{3a+1}-\frac{1}{3a-1}=$

e) $\frac{a^2}{16-a^4}-\frac{1}{4+a^2}-\frac{2}{4-a^2}=$

f) $\frac{a^2-ab}{a^2+ab}-1+\frac{a+b}{a-b}+\frac{a^3+4a^2b}{a^3-ab^2}=$

1. EQUAZIONI

1.1 Da un problema ad un'equazione

Ecco il bilancio annuo di una ditta produttrice di apparecchiature per dentisti, che riporta le entrate e le uscite in migliaia di franchi:

ENTRATE		USCITE	
Vendita di immobili	800	Stipendi del personale	2000
Interessi sul capitale	400	Costi di impianto	200
Ricavo per ogni apparecchio venduto	1,2	Costo del materiale e della energia utilizzata per ogni apparecchio	0,3
		Costo del collaudo e del trasporto per ogni apparecchio	0,07
		Percentuale data al rappresentante per ogni apparecchio venduto	0,03

Quante apparecchiature bisogna produrre e vendere per chiudere il bilancio in parità (entrate uguali alle uscite) ?
Traduciamo il problema in simboli matematici:

fissa l'attenzione sul <u>numero da determinare</u> (<u>incognito</u>) con una lettera (ad esempio la x);
valuta <u>i dati</u> (in questo caso le entrate totali e le uscite totali); osserva che alcuni di questi dati sono fissi e non dipendono dal numero x, altri invece dipendono dalla x

totale entrate = ...

totale uscite = ...

esprimi il problema come <u>uguaglianza</u> di espressioni contenenti la x , in questo caso totale entrate =totale uscite

.... = ...

ottieni <u>un'equazione nell'incognita x</u>: prova a risolverla

verifica che se il numero di apparecchi prodotti è x=1250, il bilancio è realmente in parità.

1.2 Alcune definizioni

Definizioni: si dice **equazione ad un'incognita** un'uguaglianza della forma f(x) = g(x), dove f e g sono delle funzioni numeriche da un insieme di partenza A verso un insieme di arrivo B.

f(x) e g(x) si dicono **membri** dell'equazione.

La **risoluzione** di un'equazione consiste nel determinare gli elementi di A (soluzioni) che, sostituiti all'elemento sconosciuto x (chiamato **incognita**), verificano l'uguaglianza. Tutte le **soluzioni** di un'equazione formano l'insieme delle soluzioni.

Definizione: due equazioni si dicono **equivalenti** se in uno stesso insieme di definizione hanno lo stesso insieme delle soluzioni.

Nella risoluzione algebrica delle equazioni, le equazioni vengono trasformate successivamente in equazioni equivalenti, secondo i principi di equivalenza:

l'equazione f(x) = g(x) è equivalente alle equazioni

(i) **k** . f(x) = **k** . g(x) con $k \in R \setminus \{0\}$

(ii) f(x) + **h(x)** = g(x) + **h(x)** dove h(x) è una funzione razionale.

1.3 Equazioni di primo grado in R, con un'incognita.

Iniziamo con alcuni esempi di equazioni che avrai già sicuramente risolto alla scuola media: risolvile giustificando tutti i passaggi.

$a) 4x - 2(x+5) = 3 - 2(3x+2)$ $\qquad$ $b) \frac{x}{2} - \frac{x+3}{4} = \frac{1+x}{4} - \frac{1}{5}$

$c)\ \frac{2x+3}{3}-\frac{1}{4}=\frac{8x-3}{12}+1$

$d)\ \frac{2x-3}{9}-\frac{x+5}{6}=\frac{3-x}{2}+1$

Come puoi osservare, tutte queste equazioni vengono ricondotte nella loro forma normale, che è del tipo **ax + b = cx + d** e vengono poi risolte applicando le proprietà del corpo (R; +; **.**).

1.4 Esempi

Es. 1 $S_1=\{x\in Z\,/\,x^2=9\}=$......................

$S_2=\{x\in R\,/\,x^2=-4\}=$......................

Es. 2 Determina quel numero, il cui quadrato è $\frac{1}{16}$.

Si ha l'equazione: ....

In **N**:........................S =

In **Z**: ....S =

In **Q**: ....S =

In **R**: ....S =

Dagli esempi visti sopra, osserviamo che un'equazione può avere:

- **nessuna** soluzione (l'equazione si dice **impossibile**)
- **una sola** soluzione (l'equazione si dice **determinata**)
- **un numero finito** di soluzioni (anche in questo caso l'equazione si dice **determinata**)
- **infinite** soluzioni (l'equazione si dice **indeterminata**).

Es. 3 Risolvi le seguenti equazioni in N; Z; Q; R :

	N	Z	Q	R
$3x=1$				
$3-x=5$				
$x^2=1$				
$x^2=2$				

1.5 Alcuni esempi di messa in equazione di problemi

La risoluzione di equazioni è uno strumento potente per risolvere alcuni problemi che affrontati senza equazioni richiederebbero dei ragionamenti molto complessi. Vediamo due esempi di problemi ad un'incognita che richiedono **la messa in equazione.**

1. In una biblioteca i libri di matematica sono 2/7 del totale e superano di 325 quelli di inglese, che sono 1/4 del totale.
   Quanti libri conta quella biblioteca?

   Obiettivo: bisogna trovare il numero di libri della biblioteca; si tratta di un'incognita (dato non conosciuto) e in linguaggio matematico si indica con ....

   Equazione:

   Risposta: ....

2. Giacomo e Giulia sono entrati in un grande magazzino con la stessa somma di denaro.
   Giacomo spende i 3/4 di quanto possiede e Giulia i suoi 2/5.
   Trova la loro somma iniziale se, dopo i loro acquisti, Giulia ha 8,40 Fr in più di Giacomo.

   Obiettivo: ....

   Equazione:

   Risposta:
   ....

Esercizi

Nei seguenti problemi indica cosa rappresenta l'incognita, poi prova a scrivere l'equazione che risolve il problema. Risolvi poi l'equazione, controllando se le soluzioni trovate possono aver senso.

1. Un numero è più piccolo di un altro di 15 unità. Il triplo del primo sommato al doppio del secondo dà 80. Quali sono i due numeri? (10;25)

2. Una giacca è in vendita a 195 Fr. Qual era il prezzo originale se la giacca è stata scontata del 25%? (260)

3. Il signor Gianni investe 30'000 Fr in due titoli che rendono rispettivamente un interesse semplice del 18,5% e del 13%. Dopo un anno l'interesse totale dei due titoli ammonta 5'000 Fr. Quale è stato l'investimento iniziale in ognuno dei due titoli? (20'000;10'000)

4. Una macchinetta distributrice di bibite calde accetta monete da 50 centesimi, 1 e 2 Fr. Svuotando il contenitore delle monete si trovano in tutto 1000 Fr. Trova il numero di monete di ogni tipo, sapendo che le monete di 1 Fr sono il triplo di quelle da 50 cts e che quelle da 2 Fr sono 50 meno di quelle da 50 cts. (200;600;150)

5. Determina quale capitale deve essere investito per 4 anni al tasso d'interesse semplice del 5% per ottenere un montante di 2400 Fr.
   (2'000)

6. A quale tasso d'interesse semplice annuale deve essere impiegato un capitale di 1000 Fr per raddoppiare in 10 anni? (10%)

7. Dopo quanto tempo potrò ritirare 42'000 Fr, se oggi ne deposito 30'000 al tasso d'interesse semplice del 4 ¼ %? (9a4m28g)

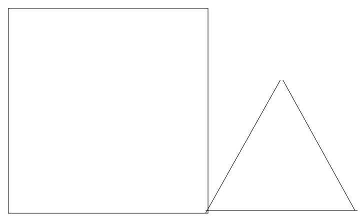
8. Degli abitanti di una certa città i 3/8 non hanno ancora compiuto i 21 anni, i 5/12 hanno un'età compresa tra i 21 e i 50 anni ed i rimanenti 50'000 abitanti superano i 50 anni.
   Quanti sono gli abitanti di quella città? (240'000)

9. Ho comprato un televisore versando subito metà del suo prezzo e pagando il resto, maggiorato del 9%, in 5 rate di 87,20 Fr.
   Quale era il prezzo iniziale del televisore? (800)

10. In un gioco a quiz si guadagnano 100 Fr per ogni risposta esatta e se ne perdono 150 per ogni risposta errata. Dopo 16 domande un giocatore riceve 350 Fr.
    Quante risposte esatte ha dato? (11)

11. Un numero supera di 1 i 4/3 di un altro. Sapendo che la differenza tra il primo ed il secondo è 4 trova questi numeri. (13;9)

12. E' dato un segmento MN lungo 21. Determinare su MN un punto P in modo che il quadrato costruito su MP e il triangolo equilatero costruito su PN abbiano lo stesso perimetro.
    Prima di impostare l'uguaglianza algebrica che rappresenta il problema rappresentiamolo graficamente: (9)



13. Una piattaforma di perforazione per la ricerca del petrolio nell'oceano indiano è posta in modo che 1/5 della sua altezza sia nella sabbia, 600 m siano nell'acqua e 2/3 di essa siano in aria. Qual è l'altezza totale della piattaforma? (4'500)

14. Ora tocca a voi inventare due problemi.

1.6 Equazioni fratte

Nelle equazioni fratte, l'incognita compare anche al denominatore. Questo ci deve far riflettere sulle soluzioni che troveremo: alcune di esse potrebbero far diventare uguale a zero il denominatore.
In una frazione un denominatore può essere uguale a zero?
Se saprai rispondere alla domanda precedente potrai capire perché non è possibile accettare quelle soluzioni che annullano un denominatore.
Nella risoluzione delle equazioni fratte, inizieremo a trovare tutti quei valori dell'incognita che annullano i denominatori: li chiameremo **valori eccezionali** (**V.E.**)

Esempi di equazioni fratte.

$$a)\ \frac{1}{x(x-1)}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x-1}$$

$$b)\ \frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{1}{x^2-1}$$

$$c)\ \frac{x+3}{x-2}-\frac{x-2}{x+4}=\frac{30}{x^2+2x-8}$$

$$d)\ 5-\frac{2x}{3-x}=\frac{6}{x-3}$$

Esercizi: risolvi le seguenti equazioni.

1. $3(x+2) = 5(x-6)$ $\quad S = \{18\}$
2. $5x+10(x-2) = 40$ $\quad S = \{4\}$
3. $5+4(t-2) = 2(t+7)+1$ $\quad S = \{9\}$
4. $5x-(7x-4)-2 = 5-(3x+2)$ $\quad S = \{1\}$
5. $x(x+2) = x(x+4)-12$ $\quad S = \{6\}$
6. $x(x+4)-2 = x^2-4(x+3)$ $\quad S = \left\{-\frac{5}{4}\right\}$
7. $3-\frac{2x-3}{3} = \frac{5-x}{2}$ $\quad S = \{9\}$
8. $\frac{x-2}{3}+1 = \frac{x}{7}$ $\quad S = \left\{-\frac{7}{4}\right\}$
9. $5-\frac{2x-1}{4} = \frac{x+2}{3}$ $\quad S = \left\{\frac{11}{2}\right\}$
10. $\frac{x+3}{4}-\frac{x-4}{2} = \frac{3}{8}$ $\quad S = \left\{\frac{19}{2}\right\}$
11. $0{,}1(x-7)+0{,}05x = 0{,}08$ $\quad S = \left\{\frac{26}{5}\right\}$
12. $0{,}4(x+5)-0{,}3x = 17$ $\quad S = \{150\}$
13. $0{,}3x-0{,}04(x+1) = 2{,}04$ $\quad S = \{8\}$
14. $0{,}02x-0{,}5(x-2) = 5{,}32$ $\quad S = \{-9\}$
15. $\frac{3x}{2}-\frac{2-x}{10} = \frac{5+x}{4}+\frac{4}{5}$ $\quad S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$
16. $\frac{2x-3}{9}-\frac{x+5}{6} = \frac{3-x}{2}+1$ $\quad S = \left\{\frac{33}{5}\right\}$
17. $\frac{1}{m}-\frac{1}{9} = \frac{4}{9}-\frac{2}{3m}$ $\quad S = \{3\}$
18. $\frac{2}{3x}+\frac{1}{2} = \frac{4}{x}+\frac{4}{3}$ $\quad S = \{-4\}$
19. $\frac{5x}{x+5} = 2-\frac{25}{x+5}$ $\quad S = \{\ \}$
20. $\frac{3}{2x-1}+4 = \frac{6x}{2x-1}$ $\quad S = \{\ \}$
21. $\frac{2x}{10}-\frac{3-x}{14} = \frac{2+x}{5}-\frac{1}{2}$ $\quad S = \left\{\frac{8}{5}\right\}$
22. $\frac{3x}{24}-\frac{2-x}{10} = \frac{5+x}{40}-\frac{1}{15}$ $\quad S = \left\{\frac{31}{24}\right\}$
23. $\frac{1}{3}-\frac{s-2}{2s+4} = \frac{s+2}{3s+6}$ $\quad S = \{2\}$
24. $\frac{n-5}{6n-6} = \frac{1}{9}-\frac{n-3}{4n-4}$ $\quad S = \left\{\frac{53}{11}\right\}$
25. $\frac{3x}{2-x}+\frac{6}{x-2} = 3$ $\quad S = \{\ \}$
26. $5-\frac{2x}{3-x} = \frac{6}{x-3}$ $\quad S = \{\ \}$
27. $\frac{5t-22}{t^2-6t+9}-\frac{11}{t^2-3t}-\frac{5}{t} = 0$ $\quad S = \{-4\}$
28. $\frac{5}{x-3} = \frac{33-x}{x^2-6x+9}$ $\quad S = \{8\}$
29. $\frac{1}{x^2-x-2}-\frac{3}{x^2-2x-3} = \frac{1}{x^2-5x+6}$ $\quad S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
30. $\frac{10}{x}-\frac{22}{3x-x^2} = \frac{10x-44}{x^2-6x+9}$ $\quad S = \{-4\}$
31. $3{,}142x-0{,}4835(x-4) = 6{,}795$ $\quad S = \{1{,}83\}$
32. $0{,}0512x+0{,}125(x-2) = 0{,}725x$ $\quad S = \{-0{,}4555\}$
33. $\frac{2{,}32x}{x-2}-\frac{3{,}76}{x} = 2{,}32$ $\quad S = \{-8{,}55\}$
34. $\frac{6{,}08}{x}+4{,}49 = \frac{4{,}49x}{x+3}$ $\quad S = \{-0{,}93\}$
35. $a_n = a_1+(n-1)d$ incognita d
36. $F = \frac{9}{5}C+32$ incognita C
37. $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}$ incognita f
38. $A = 2ab+2ac+2bc$ incognita a
39. $y = \frac{2x-3}{3x+5}$ incognita x
40. $x = \frac{3y+2}{y-3}$ incognita y

1) Risolvi le seguenti equazioni in R:

a) $7x - 5 - 8x = 1 - 3x$ $\quad [3]$

b) $\dfrac{2x}{3} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{x}{2} = \dfrac{5x}{6} - \dfrac{5}{4}$ $\quad [3]$

c) $\dfrac{2x-1}{9} = \dfrac{3x+1}{6}$ $\quad [-1]$

d) $3(2-x) + 5(1-x) = 6(7+x) - 3$ $\quad [-2]$

e) $\dfrac{7x-18}{4} - \dfrac{1}{10} - \dfrac{2x+1}{5} = \dfrac{7}{20} - \dfrac{5x-4}{10}$ $\quad [3]$

f) $\dfrac{2(x-3)}{5} - \dfrac{x-1}{3} = -\dfrac{7}{30} - \dfrac{x-1}{2}$ $\quad [2]$

g) $x - 5 - \dfrac{x^2-5}{2} - \dfrac{x^2}{3} = -x^2 - 2 - \dfrac{(-x-2)(x+1)}{10} + \dfrac{x^2}{15}$ $\quad [1]$

h) $(x+1)^2 - (x-1)^2 + 12 = 0$ $\quad [-3]$

i) $(4x+3)(4x-3) - 4(3-2x)^2 = 3x$ $\quad [1]$

l) $(3x+2)^2 - (3x-2)^2 = 24x$ $\quad [\text{indet.}]$

m) $\dfrac{(x+3)^2}{4} - \left(\dfrac{2x-1}{4}\right)^2 = \dfrac{35}{16}$ $\quad [0]$

n) $\dfrac{2x+1}{7} - \dfrac{(x-1)(x-2)}{2} = \dfrac{x-2}{2} - 2\left(\dfrac{1}{2}x - 1\right)^2$ $\quad [3]$

o) $\dfrac{x(x-3)^2}{2} + \dfrac{x(9x-1)}{3} - \dfrac{1}{2}x^3 = 0$ $\quad [0]$

2) Ad una proiezione cinematografica assistono 546 spettatori, che occupano i 13/20 dei posti di cui dispone la sala. Quanti posti ha quella sala cinematografica? [840]

3) Trova quante banconote da 50 CHF e da 100 CHF ci sono in una cassaforte che contiene in tutto 35'000 CHF, sapendo che il numero delle banconote da 100 CHF supera di 200 il numero delle altre banconote . [100 e 300]

4) I 19 allievi di una classe e il loro docente organizzano la settimana sciistica e dividono le spese nel seguente modo:
- un quarto della somma raccolta sarà utilizzata per il viaggio;
- il 25% sarà utilizzato per il pernottamento e il 20% per i pasti;
- 1/5 della somma raccolta per gli ski-pass;
- inoltre si è previsto che ognuno paghi 5 CHF per l'entrata in discoteca l'ultima sera.

Calcola quale quota deve pagare ciascun partecipante (quota comprensiva di tutto). [50]

5) Un'associazione sportiva conta 200 partecipanti, che hanno pagato una quota di iscrizione come soci normali (10 CHF) o come soci sostenitori (30 CHF). Se la somma ricavata dalle iscrizioni è di 3'000 CHF, quanti sono i soci ordinari e quanti i soci sostenitori? [150 e 50]

6) Io e mia sorella abbiamo deciso di comprare in società un computer e ci siamo accordate nel modo seguente: io metto 1'960 CHF, lei il rimanente 30% del suo prezzo. Quanto costa il computer? [2'800 CHF]

7) Voglio cucire una tenda che misuri 242,5 cm di altezza. Sapendo che, dopo il primo lavaggio, il tessuto si restringe del 3%, quale altezza deve avere la stoffa da acquistare? (trascura orli e cuciture. [250 cm]

8) Questo mese Gianni ha avuto diverse spese per problemi di salute. Ha così ha pagato di tasca propria 200 CHF, corrispondenti alla franchigia, e in più il 10 % delle spese rimanenti. Se la cassa malati ha sborsato 450 CHF, a quanto ammonta il totale delle diverse fatture? [700 CHF]

9) Ancora altre equazioni da risolvere:

a) $\frac{x+1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{2x-1}{4}(x+2)+\frac{15}{4}$ $\qquad\left[-7\right.$

b) $\frac{1}{5}\left(x-\frac{5}{3}\right)^2+x\left(x-\frac{5}{3}\right)\left(x+\frac{5}{3}\right)-x^3=\frac{x}{5}\left(x-\frac{5}{3}\right)-\frac{125}{27}$ $\qquad\left[\frac{5}{3}\right.$

c) $\left[-2y^2-\left(2-\frac{1}{2}y^2\right)^2\right]\left(-4+\frac{y^4}{4}\right)-\left(4-\frac{y^4}{4}\right)\left(4+\frac{y^4}{4}\right)=y$ $\qquad\left[0\right.$